

Examen de la session de rattrapage

Exercice 1.

Calculer les limites des suites suivantes :

$$a_n = \frac{1}{2n^4 + 3 - \sqrt{4n^8 + 7n^4 + 5}} \quad ; \quad b_n = \frac{n^2}{5n+1} \quad ; \quad c_n = \ln(6n^2 + n + 1) - \ln(3n^2 + 5)$$

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n + \ln k}$$

Exercice 2.

1) Calculer, lorsqu'elles existent, les dérivées des fonctions suivantes :

$$a) y = 4x^5 + 6\sqrt[5]{x} - \frac{5}{x^4} + 5x^2 + 5 \quad ; \quad b) y = x^4 \tan 5x ;$$

$$c) y = e^{\sqrt{x}} + \ln(5 - \cos 2x) \quad ; \quad d) y = \frac{\sin(x^3)}{e^{x^4}}$$

2) Calculer, à l'aide de la règle de L'Hôpital, les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1 - x}{x^2} \right) \quad ; \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^{5x})^{\frac{1}{x}}$$

3) Peut-on prolonger la fonction suivante par continuité au point 0? Si oui, donner l'expression du prolongement:

$$f(x) = \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

Exercice 3.

Soit $f(x) = x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 3$

- Déterminer les intervalles de monotonie de f
- Trouver les extrémums locaux de la fonction f
- Trouver les extrémums globaux de la fonction f dans l'intervalle $[-2, 2]$
- Étudier la convexité et la concavité de f et déterminer les points d'inflexions de f .