

Institut Supérieur du Numérique
Devoir d'Algèbre
Année Universitaire 2025 / 2026

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés
Durée 1 h 30 mn

Exercice 1

- 1) Evaluer les formules suivantes en utilisant les tables de vérités. Indiquez alors lesquelles parmi ces formules sont satisfaisables, réfutables, lesquelles sont des tautologies, des contradictions.
i) $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$ ii) $(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Leftrightarrow \neg q)$
- 2) Soient les propositions, (P) « J'ai mon permis de conduire » et (Q) « j'ai plus de 18 ans »
Les propositions $(P) \Rightarrow (Q)$ et $(Q) \Rightarrow (P)$ sont-elles vraies ? Que peut-on conclure ?

Exercice 2

- 1) On choisit un nombre entier, on le divise par 7 et on trouve un reste égal à 5. On divise à nouveau le quotient obtenu par 7, on trouve un reste égal à 3 et un quotient égal à 12. Quel était le nombre de départ ?
- 2) On donne l'égalité suivante. $96842 = 256 \times 375 + 842$
Déterminer, sans effectuer la division, le quotient et le reste de la division euclidienne de 96842 par 256 et par 375.
- 3) Calculer le PGCD($n, 2n+1$) et le PPCM($n, 2n+1$) pour tout entier naturel n non nul.

Exercice 3

- 1) Soit $f: R \rightarrow R$, définie par $f(x) = x^2$, f est-elle injective ? surjectives ? bijectives ?
- 2) Soit $f: R^2 \rightarrow R$, définie par $f(x, y) = x$. Déterminer $f([0, 1] \times [0, 1])$ et $f^{-1}([-1, 1])$
- 3) Dans une classe de 30 élèves, tous font au moins une des deux langues : Français ou anglais. 18 font français et 19 font anglais. Combien font les deux langues ?

Exercice 4

Soit la relation binaire R définie dans R^* par : $\forall x, y \in R^*, xRy \Leftrightarrow xy > 0$

1. Montrer que $<$ est une relation d'équivalence.
2. Déterminer la classe d'équivalence de $x \in R^*$:
3. Déterminer l'ensemble quotient R^* / R

Bonne Chance