

Exercice 1

A. Evaluer les formules suivantes en utilisant les tables de vérité. Indiquez alors lesquelles parmi ces formules sont satisfaisables, réfutables, lesquelles sont des tautologies, des contradictions

$$\text{i) } (P \Rightarrow Q) \vee (P \Rightarrow \bar{Q}) \quad \text{ii) } (P \Leftrightarrow Q) \wedge (Q \Leftrightarrow P)$$

B. Ecrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1. Le carré de tout réel est positif.
2. Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.
3. Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.
4. Etant donné trois réels, il y en a au moins deux de même signe

Exercice 2

On donne les deux égalités suivantes.

$$3379026 = 198765 \times 17 + 21,$$

$$609806770 = 35870986 \times 17 + 8$$

On s'intéresse au nombre entier $N = 3379026 \times 609806770$. Quel est le reste de la division euclidienne de N par 17 ?

Exercice 3

Soit $f: N^2 \rightarrow N$ définie pour tout (n, m) de N^2 par $f(n, m) = nm$

Soit $g: N \rightarrow N^2$ définie pour tout n de N par $g(n) = (n, (n+1)^2)$

- a) f est-elle injective ?
- b) f est-elle surjective ?
- c) g est-elle injective ?
- d) g est-elle surjective ?

Exercice 4

On définit sur $]1, \infty[$ la relation $\mathcal{R}$ définie par : $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow \frac{x}{1+x^2} \geq \frac{y}{1+y^2}$

Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'ordre total