

Examen de la session de rattrapage

Exercice 1.

Calculer les limites des suites suivantes :

$$u_n = n - \sqrt{n^2 - 3n + 5} \quad ; \quad v_n = \frac{3n^2 + 4n \sin(n^2 + 1)}{4n^2 + 5} \quad ;$$

$$w_n = \ln(12n^3 - 1) - \ln(3n^3 + 7n^2 + 10)$$

Exercice 2.

Etudier la continuité des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2+7}-3}{\sqrt{x^2+3}-2} & \text{si } x \neq 1 \\ \frac{4}{3} & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad ; \quad b) g(x) = \begin{cases} \frac{2}{(\sin x)^2} - \frac{1}{1-\cos x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Exercice 3.

1) Calculer, lorsqu'elles existent, les dérivées des fonctions suivantes :

$$a) y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + 14\sqrt{x} + \tan(x^2) \quad ; \quad b) y = x^3 \ln(5 + \sin 3x) \quad ;$$

$$c) y = 7x^2 - \cos(4x - 2e^{-3x}) \quad ; \quad d) y = \frac{\arctan 3x}{e^{x^2}}$$

2) Calculer, à l'aide de la règle de L'Hôpital, les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\cos \frac{1}{x} \right)^x \quad ; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x} \right)$$

Exercice 4.

Soit $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$

- Déterminer les intervalles de monotonie de f
- Trouver les extrémums locaux de la fonction f
- Trouver les extrémums globaux de la fonction f dans l'intervalle $[-1, 2]$
- Étudier la convexité et la concavité de f et déterminer les points d'inflexions de f .