

Institut Supérieur du Numérique
Devoir d'Algèbre
Année Universitaire 2024 / 2025

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés
Durée 1 h 30 mn

Exercice 1

Évaluer les assertions suivantes en utilisant les tables de vérités. Indiquer alors lesquelles parmi ces assertions sont des tautologies et lesquelles sont des contradictions..

- i. $(P \Leftrightarrow Q) \wedge (P \Leftrightarrow \overline{Q})$
- ii. $((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

Exercice 2

Soient P la proposition « les chiens aboient » et Q la proposition « la caravane passe ».
Traduisez les phrases suivantes en langage propositionnel.

- 1. Les chiens n'aboient pas.
- 2. La caravane ne passe pas ou les chiens aboient.
- 3. Si la caravane ne passe pas, alors les chiens n'aboient pas

Exercice 3

- I. Soient $f: R \rightarrow R$, l'application définie par $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$

- 1. La fonction f est-elle injective ? Surjective ?
- 2. Déterminer $f(R)$.

- II. Soient E et F deux ensembles, f une application de E dans F et A et B deux parties de E, montrer que : $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

Exercice 4

On définit sur l'ensemble $\mathcal{F}(E, E)$ la relation Binaire $\mathcal{R}$ par :

$$f \mathcal{R} g \Leftrightarrow \exists \phi \in S(E) \text{ telle que } f \circ \phi = \phi \circ g$$

- 1. Montrer que $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence.
- 2. Décrire la classe d'équivalence d'une fonction donnée $f \in \mathcal{F}(E, E)$

Bonne Chance