

Institut Supérieur du Numérique

Algèbre

Session Principale 2024 / 2025

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés

Durée 1 h 30 mn

Exercice 1

A. Ecrire la table de vérité des assertions suivantes en considérant uniquement les valeurs des variables données.

i) $P \wedge (P \vee Q)$ Si Q est vrai, ii) $P \vee (Q \Rightarrow R)$ Si Q est faux

B. Donner la négation mathématique des phrases suivantes:

- 1) Toutes les boules contenues dans l'urne sont rouges
- 2) Certains nombres entiers sont pairs
- 3) Si un nombre entier est divisible par 4, alors il se termine par 4.

C. Soit $x_0 \in \mathbb{R}$ et f une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Donner la négation et la contraposée de la phrase logique suivante.

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \alpha > 0, \forall x \in \mathbb{R}, |x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

Exercice 2

Soit les deux nombres réels $a = 2244$ et $b = 1089$

1. Calculer PGCD (a, b) par l'algorithme d'Euclide
2. Déterminer l'identité de Bézout correspondante
3. Calculer PPCM (a, b)
4. Donner la décomposition en facteurs premiers de a et b
5. En déduire la décomposition en facteurs premiers de PGCD (a, b) et PPCM (a, b), et retrouver les résultats des questions 1 et 3.

Exercice 3

On définit sur $\mathbb{R}$ la relation $\mathcal{R}$ définie par : $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow \cos^2(x) + \sin^2(y) = 1$ montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence

Conc

Exercice 4

Sur l'ensemble $\mathbb{Z}$, étudier les propriétés de la loi définie par : $p * q = p + q + p \cdot q$

1. Montrer que $*$ est une loi de composition interne commutative et associative.
2. Montrer que $*$ possède un élément neutre.
3. Quels sont les éléments symétrisables ?
4. Quels sont les éléments Réguliers ?
5. Est-ce que $(\mathbb{Z}, *)$ est un groupe ?

Bonne Chance