

## Examen de la session de rattrapage

### Exercice 1.

Calculer les limites des suites données par les termes généraux suivants :

1)  $u_n = n - \sqrt{n^2 - 3n + 5}$  ; 2)  $u_n = \frac{n^3}{n!}$  ; 3)  $\frac{3n^2 + 4n \sin(n^3 + 1)}{5 + n^2}$  ;

4)  $u_n = \ln(12n^3 - 1) - \ln(3n^3 + 7n^2 + 10)$



### Exercice 2.

Pour quelle valeur de  $\alpha$  la fonction  $f$ , définie ci-après, est-elle continue sur  $\mathbb{R}$  ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{x} & \text{si } x > 0 \\ \frac{x^2 + 5\alpha x + \alpha}{4} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

### Exercice 3.

1) Calculer, à l'aide de la règle de L'Hôpital, les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{\pi}{x}$  ; b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

2) Calculer, lorsqu'elles existent, les dérivées des fonctions suivantes :

a)  $y = \ln(e^{x^2} + 1)$  ; b)  $y = (x^3 - \sin 2x)^5$  ; c)  $y = \frac{\cos(x^3)}{\arctan 3x}$  d)  $y = (3x^4 + 2)^{\cos x}$

### Exercice 4.

Ecrire l'équation de la tangente de la courbe :  $x^3 + y^3 - 3\sin xy - 1 = 0$  au point  $(0, 1)$ .

### Exercice 5.

Soit

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 36x^2 + 2$$

- Déterminer les intervalles de monotonie de  $f$
- Trouver les extrémums locaux de la fonction  $f$
- Étudier la convexité et la concavité de  $f$  et déterminer les points d'inflexions de  $f$ .