

$$A \times B = I_3$$

Institut Supérieur du Numérique
Année Universitaire 2023 - 2024
Devoir d'Algèbre

23 013

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés
Durée 1 h 30 mn

Exercice 1

A) Résoudre par la méthode du pivot de Gauss le système linéaire

$$(S_2) \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 5 \\ 2x + 3y + 8z = 4 \\ 4x - y + 4z = 0 \end{cases}$$

B) On considère les matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$
Résoudre l'équation $A - 3X = B$ d'inconnue $X \in M_2(\mathbb{R})$

Exercice 2

Soient $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (2, -2, -1)$, $u_3 = (1, 1, -1)$

Soient $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tels que } y + z = 0\}$ et $F = \text{vect}(u_1, u_2)$

1. Montrer que E est-il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$
2. Déterminer une base de E
3. La famille (u_1, u_2, u_3) Est elle libre ?
4. Est-ce que $u_3 \in F$?

$$B^3 = I_3$$

4 (

-100

Exercice 3

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

1. Déterminer la matrice B et le réel a tels que $A = aI_3 + B$.
2. Calculer B^3 .
3. En déduire la forme générale de A^n en fonction de I_3 , B et B^2

ECO

$v \in E$

$y' \in \mathbb{R}^3$

$$B = A - aI_3$$

$$a = -3$$