

Institut Supérieur du Numérique
Session Principale d'Algèbre II

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés
Durée 1 h 30 mn

Exercice 1

Soient $u_1 = (2, 1, 1)$; $u_2 = (1, 2, -1)$; $u_3 = (1, 1, 0)$; $u_4 = (1, -1, -2)$ quatre vecteurs de R^3 et $E = \text{Vect}(u_1, u_2, u_3, u_4)$

- 1) Déterminer une sous famille de (u_1, u_2, u_3, u_4) libre qui engendre E
- 2) En déduire la dimension de E.

Exercice 2

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

1. Calculer $A^3 - A^2 - A + I_3$.
2. En déduire que A est inversible et calculer son inverse A^{-1}
3. Vérifiez par un calcul que la matrice A^{-1} trouvée est bien l'inverse de A.

Exercice 3

Soit f l'application linéaire de R^4 dans R^3 définie part :

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - 2x_2 + x_4, x_2 - x_3, x_1 + 2x_4)$$

1. Déterminer $\text{Ker } f$
2. Déterminer $\text{Im } f$
3. Donner la matrice A de f relativement aux bases canoniques de R^4 et R^3
4. Donner la matrice B de f quand R^4 est muni de sa base canonique et R^3 est muni de la base $w = \{w_1, w_2, w_3\}$, avec : $w_1 = (1, 1, 0)$; $w_2 = (-1, 0, 2)$; $w_3 = (1, 1, -1)$
5. Connaissant la matrice B, retrouver l'application f .

Bonne Chance