

Contrôle continu : Probabilités & statistiques

*Aucun document ni calculatrice n'est autorisé
(pas besoins de faire le calcul des factoriels ou des fractions)*

Exercice 1. (2 points) De combien de manières peut-on asseoir 8 personnes à la suite si :

1. il n'y a aucune restriction quant à la disposition des sièges ?
2. les personnes A et B doivent s'asseoir l'une à côté de l'autre ?

Exercice 2. (5 points) Parmi les employés d'une certaine entreprise, 70 % connaissent C/C++, 60 % connaissent Fortran et 50 % connaissent les deux langages.

1. Si un employé connaît Fortran, quelle est la probabilité qu'il connaisse aussi C/C++ ?
2. Si un employé connaît C/C++, quelle est la probabilité qu'il connaisse aussi Fortran ?
3. On choisit au hasard un employé pour résoudre un problème informatique. La probabilité que ce problème sera résolu est de 60 % (resp. 70% et 80% et 0%) si l'employé choisi connaît uniquement Fortran (resp., connaît uniquement C/C++, connaît les deux, ne connaît aucun des deux).
 - a. Calculer est la probabilité que le problème sera résolu
 - b. Si le problème est résolu, quelle est la probabilité que l'employé choisi connaît les deux langages

Exercice 3. (4 points) Un utilisateur d'ordinateur essaie de se souvenir de son mot de passe. Il sait qu'il peut s'agir de l'un des 5 mots de passe possibles. Il essaie ses mots de passe jusqu'à ce qu'elle trouve le bon. Soit X le nombre de mots de passe erronés qu'elle utilise avant de trouver le bon.

1. Déterminer la fonction de masse de X.
2. Trouver $E(X)$ et $Var(X)$
3. Supposons que le système se bloque après 3 essais erronés. Quelle est la probabilité que le système se bloque ?

Exercice 4. (6 points) Un programme informatique contient des erreurs qui conduise à un beug avec une probabilité p. Pour avoir une idée sur cette probabilité on lance ce programme 20 fois et compte X le nombre de beug rencontrés.

1. Quelle est la loi de la variable X ?
2. A quel nombre de beug on pourrait s'attendre (donner ce nombre en fonction de p)
3. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un beug dans les 2 premiers lancements de ce programme ?

Exercice 5. (3 points) À l'instant 0, une urne contient une boule rouge et une boule verte et on effectue une succession de tirages définis par la règle suivante : on tire une boule de l'urne au hasard et on la remet dans l'urne en ajoutant une boule de la même couleur (on dispose en réserve d'une infinité de boules rouges et vertes). On note X_n le nombre de boules rouges à l'instant $n \geq 0$.

1. Justifier le fait que $X_n(\Omega) = \{1, 2, \dots, n + 1\}$
2. Montrer que pour tout $n \geq 0$ et tout $k \in X_n(\Omega)$ on a

$$P(X_n = k) = \frac{1}{n + 1}$$

Indication : démontrer le résultat par récurrence.