

Examen de Probabilités et Statistique

Les calculatrices sont autorisées. Une attention sera accordée à la clarté et la lisibilité des réponses

Exercice 1. (3 points)

Dans un système de filtrage de courrier électronique, 80 % des courriels sont des courriels légitimes et 20% sont des spams. Le filtre de spam identifie correctement 90% des spams et 95% des courriers légitimes. On pose S : l'événement « le courrier est un spam » et M l'événement : « le courrier est marqué par le système comme étant un spam »

- Ecrire les données numériques de l'exercice en fonction des événements S et M
- Si un courriel est identifié comme spam par le filtre, quelle est la probabilité qu'il le soit réellement ?

Exercice 2. (6 points) Les questions de cet exercice sont indépendantes les unes des autres

- Dans un système informatique, la probabilité qu'un fichier soit correctement sauvegardé sur un disque dur est de 0.9. Un administrateur sauvegarde 10 fichiers indépendamment les uns des autres. Quelle est la loi du nombre de fichiers sauvegardés correctement ? quelle est la probabilité que 8 d'entre eux soient sauvegardés avec succès ?
- Dans un jeu vidéo, un joueur tente de franchir un obstacle avec une probabilité de succès de 0.2 à chaque tentative. Soit X le nombre de tentatives. Quelle est la loi de X ? Quelle est la probabilité que le joueur réussisse à franchir l'obstacle pour la première fois à sa 4^{ème} tentative ?
- Dans une base de données contenant 20 bugs, 5 bugs sont critiques et 15 sont mineurs. Si 10 bugs sont sélectionnés au hasard pour être corrigés, quelle est la probabilité que 3 des bugs sélectionnés soient critiques ?

Exercice 3. (5 points)

Considérons un ensemble de données représentant les temps de réponse X d'un serveur Web à 20 requêtes différentes, mesurées en millisecondes : 120, 130, 145, 110, 125, 140, 115, 135, 125, 130, 150, 155, 165, 140, 125, 110, 135, 145, 120, 130 qui ont été regroupés dans les classes suivantes

Classe	[110,125[	[125,140[	[140,155[	[155,165]
Effectif	5	8	5	2

- Calculez le temps de réponse moyen du serveur.
- Déterminez les trois quartiles du temps de réponse du serveur.
- Calculez l'écart-type des temps de réponse du serveur.
- Tracez la boîte à moustache pour visualiser la distribution des temps de réponse.
- Identifiez s'il y a des valeurs aberrantes dans l'ensemble de données. Commentez

Exercice 4. (5 points)

Considérons un ensemble de données représentant le temps d'exécution d'un algorithme Y (en secondes) en fonction de la vitesse du processeur X (en GHz) utilisé pour l'exécuter

Vitesse du processeur	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
Temps d'exécution	10.2	8.5	7.1	6.2	5.4	4.8	4.3

- Calculez le coefficient de corrélation entre la vitesse du processeur et le temps d'exécution de l'algorithme.
- Interprétez le coefficient de corrélation calculé. Existe-t-il une corrélation entre la vitesse du processeur et le temps d'exécution de l'algorithme ?
- Tracez un graphique approprié pour visualiser la relation entre la vitesse du processeur et le temps d'exécution de l'algorithme.