

## Séance de TD n°1 : Dénombrement

### Exercice 1.

Sur les six ordinateurs d'un laboratoire deux ont des problèmes avec les disques durs. Trois ordinateurs sont sélectionnés au hasard pour l'inspection. Combien de cas possibles ? parmi ces cas combien de cas où aucun de ces trois ordinateurs sélectionnés n'a de problèmes de disque dur ?

### Exercice 2.

On lance 3 dés équilibrés à 6 faces. Combien de résultats possibles

- Si les dés sont discernables
- Si les dés sont indiscernables

### Exercice 3.

- Combien de nombres à 5 chiffres ?
- Combien de nombres à 5 chiffres où aucun chiffre n'est répété ?
- Combien de nombres à 5 chiffres où aucun chiffre n'est répété et contenant les chiffres 1 et 2 ?
- Combien de nombres à 5 chiffres où aucun chiffre n'est répété et contenant les chiffres 1 et 2 dans des positions adjacentes ?

### Exercice 4.

On suppose que  $n$  ( $\geq 3$ ) droites sont tracées sur un plan où deux droites ne sont jamais parallèles, et 3 droites ne sont jamais concourantes. Combien de triangles ont été formés

### Exercice 5.

Une course oppose 20 concurrents, dont Émile.

1. Combien y-a-t-il de podiums (les 3 premiers) possibles ?
2. Combien y-a-t-il de podiums possibles où Émile est premier ?
3. Combien y-a-t-il de podiums possibles dont Émile fait partie ?
4. On souhaite récompenser les 3 premiers en leur offrant un prix identique à chacun. Combien y-a-t-il de distributions de récompenses possibles ?

### Exercice 6.

Un jeu ordinaire de 52 cartes est mélangé. Combien de possibilités d'avoir quatre premières

- (a) de hauteurs différentes ?
- (b) de couleurs différents ?

### Exercice 7.

- Combien y a-t-il de plaques d'immatriculation différentes à 7 caractères possibles si les 2 premières caractères sont pour les lettres et les 5 autres pour les nombres ?
- Répétez la partie (a) en supposant qu'aucune lettre ou chiffre ne peut être répété dans une seule plaque d'immatriculation.

## Séance de TD n°2 : Probabilité et ses propriétés

**Exercice 8.** Supposons qu'après 10 ans de service, 40% des ordinateurs ont des problèmes avec les cartes mères (CM), 30 % ont des problèmes avec les disques durs (DD) et 15 % ont des problèmes avec les deux CM et DD. Quelle est la probabilité qu'un ordinateur de 10 ans ait encore une CM et un DD entièrement fonctionnel ?

**Exercice 9.**

Un nouveau virus informatique peut entrer dans le système par e-mail ou via Internet. Il y a 30 % de chances de recevoir ce virus par e-mail. Il y a 40% de chance de le recevoir à travers l'Internet. En outre, le virus peut pénétrer dans le système en même temps par e-mail et Internet avec une probabilité de 0,15. Quelle est la probabilité que le virus n'entre pas dans système ?

**Exercice 10.**

Parmi les employés d'une certaine entreprise, 70 % connaissent C/C++, 60 % connaissent Fortran et 50 % connaissent les deux langues. Quelle proportion de programmeurs

- a. ne connaît pas Fortran ?
- b. ne connaît ni Fortran ni C/C++ ?
- c. connaît C/C++ mais pas Fortran ?
- d. connaît Fortran mais pas C/C++ ?

**Exercice 11.**

Un client visitant le rayon des costumes d'un certain le magasin achètera un costume avec une probabilité de 0.22, une chemise avec probabilité 0.30 et une cravate avec probabilité 0.28. Le client achètera à la fois un costume et une chemise avec probabilité 0.11, à la fois un costume et une cravate avec probabilité 0.14, et à la fois une chemise et une cravate avec probabilité 0.10. Un client achètera les 3 éléments avec une probabilité de 0.06. Quelle est la probabilité qu'un client achète

- a. aucun de ces éléments ?
- b. exactement 1 seul de ces éléments ?

**Exercice 12.**

Quel est l'événement le plus probable : obtenir au moins 1 fois 1 as en lançant 4 fois un dé ou obtenir au moins 1 fois 1 double as en lançant 24 fois 2 dés?

**Exercice 13.**

Une urne A contient 3 boules rouges et 3 boules noires. Une urne B contient 4 boules rouges et 6 boules noires. Une boule est prise dans chaque urne. Quelle est la probabilité qu'elles soient de même couleur ?

### Séance de TD n°3 : Indépendance et conditionnement

#### Exercice 14.

Parmi les employés d'une certaine entreprise, 70 % connaissent C/C++, 60 % connaissent Fortran et 50 % connaissent les deux langues.

- Si quelqu'un connaît Fortran, quelle est la probabilité qu'il connaisse aussi C/C++ ?
- Si quelqu'un connaît C/C++, quelle est la probabilité qu'il connaisse aussi Fortran ?

#### Exercice 15.

Un programme informatique est testé par 3 tests indépendants. En cas d'erreur, ces tests le découvriront avec des probabilités de 0,2, 0,3 et 0,5, respectivement. Supposons que le programme contient une erreur. Quelle est la probabilité qu'il soit trouvé par au moins un test ?

#### Exercice 16.

Un certain système a 5 composantes. Une panne du système est causée 35%, 30 %, 20 %, 10 % et 5 % des fois par une panne dans les composantes A,B,C,D et E, respectivement. On suppose que les pannes simultanées dans plus d'une composante à la fois sont impossibles.

- Si une panne du système n'est pas causée par A, quelle est la probabilité qu'elle soit causée par B?
- Si une panne du système n'est causée ni par A, ni par B, quelle est la probabilité qu'elle soit causée par C ou D?

#### Exercice 17.

Un système peut être infecté par certains logiciels espions via Internet ou par e-mail. 70 % du temps, les logiciels espions arrivent via Internet, 30% du temps via e-mail. S'il entre via Internet, le système le détecte immédiatement avec une probabilité de 0,6. Si par e-mail, il est détecté avec une probabilité de 0,8. Quel pourcentage de fois ce logiciel espion est-il détecté ? Si le logiciel est détecté quelle est la probabilité qu'il soit arrivé par e-mail.

#### Exercice 18.

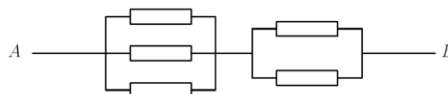
Trois virus informatiques sont arrivés sous forme de pièce jointe à un e-mail. Le virus A endommage le système avec probabilité 0,4. Indépendamment de cela, le virus B endommage le système avec une probabilité de 0,5. Indépendamment de A et B, le virus C endommage le système avec une probabilité de 0,2. Quel est la probabilité que le système soit endommagé ?

#### Exercice 19.

Une question à choix multiples reçoit une réponse correcte avec une probabilité de 0,9 si un élève est préparé. Un élève non préparé devine entre 4 réponses possibles, donc la probabilité de choisir la bonne réponse est 1/4. 75% des étudiants se préparent pour le quiz. Si Monsieur X donne une réponse correcte à ce problème, quelle est la chance qu'il n'ait pas préparé pour le quiz ?

#### Exercice 20.

Dans le système de la figure suivant, chaque composant échoue avec une probabilité de 0,3 indépendamment de autres composants. Calculer la fiabilité du système



## Séance de TD n°4 : Variables aléatoires

### Exercice 21.

Un virus informatique essaie de corrompre deux fichiers. Le premier fichier sera corrompu avec probabilité 0.4. Indépendamment de cela, le deuxième fichier sera corrompu avec une probabilité de 0,3.

- Calculez la fonction de masse de probabilité de  $X$ , le nombre de fichiers corrompus.
- Dessinez un graphique de sa fonction de répartition.

### Exercice 22.

Un joueur peut lancer deux fois de suite un dé équilibré à six faces pour obtenir le meilleur score possible : si le score obtenu au premier lancé le satisfait il peut en rester là. Si ce score ne le satisfait pas il peut lancer une deuxième fois le dé mais le score obtenu au premier lancé est alors perdu. Le joueur décide de la stratégie suivante : il s'arrêtera si le résultat du premier lancé est supérieur ou égal à un seuil  $k$  et il lancera une deuxième fois sinon. Soit  $X_k$  le score obtenu en suivant cette stratégie.

- Donnez la loi de  $X_k$  en fonction de  $k$ .
- Calculez l'espérance de  $X_k$  en fonction de  $k$ .
- Déterminer pour quelle valeur  $k$  cette espérance est maximale

### Exercice 23.

Un canal de communication transmet les chiffres 0 et 1. Cependant, en raison de perturbation, le chiffre transmis est mal reçu avec probabilité 0.2. Supposons que nous voulons transmettre un message important composé d'un chire binaire (0 ou 1). Pour réduire le risque d'erreur, nous transmettons 00000 au lieu de 0 et 11111 au lieu de 1. Si le destinataire du message utilise le décodage "majoritaire", quelle est la probabilité que le message sera erroné une fois décodé ?

### Exercice 24.

Chaque jour, le nombre de pannes de réseau a une distribution (fonction de masse de probabilité

|      |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|
| x    | 0   | 1   | 2   |
| P(x) | 0.7 | 0.2 | 0.1 |

Une petite société de commerce sur Internet estime que chaque panne de réseau entraîne une perte de 500 \$ perte. Calculez de la perte quotidienne attendue de cette entreprise en raison des pannes d'électricité ainsi que sa variance

### Exercice 25.

Il y a une erreur dans l'un des cinq blocs d'un programme. Pour trouver l'erreur, nous testons trois blocs sélectionnés au hasard. Soit  $X$  le nombre d'erreurs dans ces trois blocs. Calculer  $E(X)$  et  $Var(X)$

### Exercice 26.

Un utilisateur d'ordinateur essaie de se souvenir de son mot de passe. Il sait qu'il peut s'agir de l'un des 4 mots de passe possibles. Il essaie ses mots de passe jusqu'à ce qu'elle trouve le bon. Soit  $X$  le nombre de mots de passe erronés qu'elle utilise avant de trouver le bon. Déterminer la fonction de masse de  $X$ . Trouver  $E(X)$  et  $Var(X)$

### Exercice 27.

Un ingénieur de contrôle-qualité teste la qualité des ordinateurs produits. Supposons que 5 % des ordinateurs présentent des défauts et que les défauts se produisent indépendamment les uns des autres.

- Trouvez la probabilité d'avoir exactement 3 ordinateurs défectueux dans un lot de 20.
- Trouvez la probabilité que l'ingénieur doive tester au moins 5 ordinateurs pour en trouver 1 défectueux