

Trafic

M. EL AOUN

A24

Outline

- 1 Introduction
- 2 Calcul du trafic (Erlang)
- 3 Erlang B
- 4 Erlang C

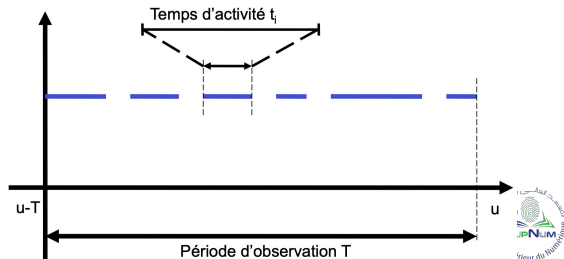
Introduction

- Mesure de la proportion du temps où une ligne est occupée : intensité de trafic
- Unité d'intensité de trafic : **Erlang** (quantité sans dimension)
- Exemples :

Trafic d'un serveur : c'est le temps moyen d'occupation du serveur.
Sur une période d'observation T , le trafic vaut à l'instant u

$$A(u, T) = \frac{1}{T} \sum_i t_i$$

pour un serveur $A \leq 1$

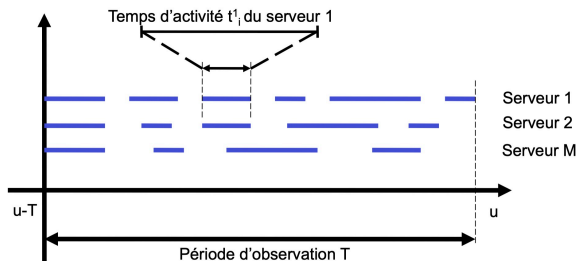


Introduction

- **Trafic d'un groupe de serveurs** : c'est la somme des trafics de chaque serveur. Sur une période d'observation T , le trafic à l'instant u vaut :

$$A(u, T) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^M \sum_i t_i^j$$

pour M serveurs $A \leq M$



Autre formule de trafic (Erlang)

- L'intensité du trafic

$$A = \frac{\lambda H}{T}$$

- T est le temps d'observation (souvent une heure $T = 3600s$).
 - λ est le nombre moyen de demandes d'appel par unité de temps
 - H est la durée moyenne d'un appel.
- La notion de trafic est utilisée pour mesurer la quantité de trafic transportée par un canal.
- Une quantité de trafic égale à **1 Erlang** est la quantité de trafic pour un canal **totalemt occupé**.
- **Exemple** : la quantité de trafic d'un canal occupé 30mn pendant une heure transporte 0,5 Erlang (le canal est occupé la moitié du temps).



Quelques exemples

- ❶ Soit un réseau mobile dans lequel il y a des abonnés qui génèrent du trafic. Chaque abonné génère en moyenne deux appels par heure. Dans ce réseau un appel a une durée de 150 secondes. Calculer l'intensité du trafic.

$$A = \frac{2 \times 150}{3600} = 0,0833 \text{ Erlangs}$$

- ❷ Nous avons prélevé sur une durée de 120 minutes, les données relatives à 10 abonnés :

utilisateur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
durée (s)	51	45	55	65	66	78	49	101	120	84

Calculer l'intensité du trafic.

Quelques exemples

- Nombre d'appels :

$$\lambda = \frac{10}{2} = 5 \text{ appels/heure}$$

- Durée moyenne d'appel :

$$\begin{aligned} H &= \frac{51 + 45 + 55 + 65 + 66 + 78 + 49 + 101 + 116 + 84}{10} \\ &= 71 \text{ sec/appel} \end{aligned}$$

- Intensité du trafic :

$$A = \frac{5 \times 71}{3600} = 0,0986 \text{ Erlangs}$$

Quelques exemples

- 3 Soit une zone de population de 100 000 habitants couverte par un réseau mobile. Le taux d'abonnés dans ce réseau est de 25%. Ce réseau peut faire des communications vers le réseau fixe. La durée moyenne d'un appel vers le fixe ou inversement (fixe vers mobile) est de $H = 100s$. Le nombre moyen d'appels vers le fixe ou inversement est de $\lambda = 3$ appels/heure. Le réseau peut évidemment faire des appels vers les mobiles. La durée moyenne de cet appel est $H = 80s$. Le nombre moyen d'appels vers le mobile est de $\lambda = 4$ appels/heure. La répartition de trafic est la suivante : mobile vers fixe 35%; fixe vers mobile 20%; mobile vers mobile 45%.
- a Calculer le trafic total
 - b Si chaque MSC peut supporter 1500 Erlangs de trafic, quel est le nombre de MSC nécessaire pour supporter ce trafic.

- Trafic du mobile vers fixe ou fixe vers mobile :

$$A_{mf} = \frac{3 \times 100}{3600} = 0,0833 \text{ Erlang}$$

- Trafic mobile vers mobile :

$$A_{mm} = \frac{4 \times 80}{3600} = 0,0889 \text{ Erlang}$$

- Nombre d'abonnés :

$$n = \frac{25 \times 100000}{100} = 25000 \text{ abonnés}$$

- Trafic total :

$$\begin{aligned} A_{total} &= (25000 \times 55\%) \times 0,0833 + (25000 \times 45\%) \times 0,0889 \\ &= 2145,5 \text{ Erlangs} \end{aligned}$$

- Nombre de MSCs

$$n_{msc} = \frac{2145,5}{1500} = 1,43 \approx 2 \text{ MSCs}$$

Erlang B

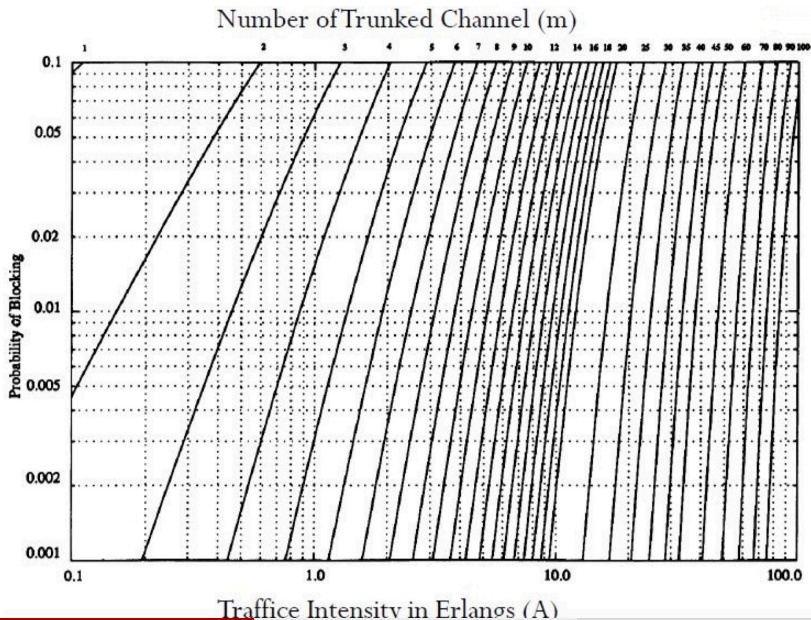
- Première loi d'Erlang.
- Il existe deux types de systèmes à ressources partagées :
 - 1 **Processus à perte** : une demande de service trouvant l'ensemble des serveurs occupé est rejetée. => **Pas de file d'attente.**
=> **Loi d'Erlang B**
 - 2 **Processus à attente** : une demande de service trouvant l'ensemble des serveurs occupé est mise en attente. Une demande de service trouvant l'ensemble des positions d'attente occupé est rejetée. => Une file d'attente est utilisée pour maintenir les appels qui sont bloqués.
=> **Loi d'Erlang C**

Erlang B

- La probabilité de blocage :

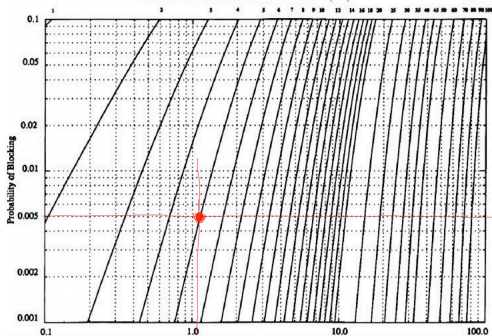
$$Pr\{\text{Appel bloqué}\} = \frac{\frac{A^m}{m!}}{\sum_{i=0}^m \frac{A^i}{i!}} \quad (2)$$

avec A est l'intensité du trafic en Erlang et
 m est le nombre de canaux disponibles



Exemples

On considère un système avec perte de blocage (Erlang B) de 0,1 Erlang de trafic par utilisateur et de probabilité de blocage 0.005. Quel est le nombre d'utilisateurs n qui peut être pris en charge pour $m = 5$ canaux.



Pour $m = 5$ et $Prob = 0.005$, on a $A \simeq 1$ Erlang. Le nombre d'utilisateur est $n = A/0,1 = 10$ utilisateurs.

Exemples

- Même question pour $m = 10$?
- $A = ?$
- $n = ?$

Erlang C

- Dans le système d'Erlang C, Les appels bloqués sont retardés
- La probabilité qu'un appel n'aura pas l'accès au système :

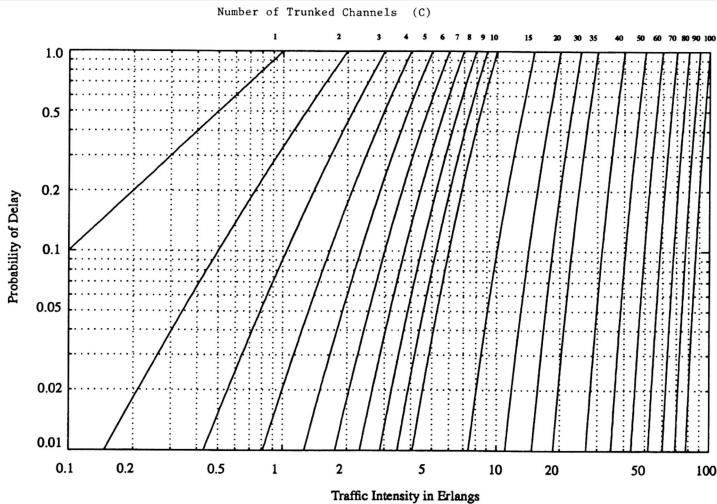
$$Prob [Retard > 0] = \frac{A^m}{A^m + m!(1 - \frac{A}{m}) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{A^k}{k!}}$$

- La probabilité que le retard soit supérieur à t :

$$\begin{aligned} Prob [Retard > t] &= Prob [Retard > 0] Prob [Retard > t | Retard > 0] \\ &= Prob [Retard > 0] \exp \left(-\frac{(m - A)t}{H} \right) \end{aligned}$$

H est la durée moyenne d'un appel en seconde,
 m est le nombre de canaux duplex

Erlang C



Erlang C

- Exemple :

Une cellule hexagonale dans un système cellulaire à $N = 4$, de rayon $R = 1,387\text{Km}$ et un nombre total de canaux $m = 60$. Si l'intensité de trafic par utilisateur $A_u = 0,029$ Erlang, et $\lambda = 1$ appel/heure. Pour un système d'Erlang C qui a une probabilité de blocage de 5 % en retardant un appel :

- 1 Combien d'utilisateur par Km^2 le système peut supporter ?
- 2 Calculer $Prob[Retard > 10\text{sec}]$

Erlang C

- Surface couverte par une cellule = $2,5981 \times R^2 = 5 \text{ Km}^2$
- Nombre de canaux par cellule dans un système à motif $N = 4$:
 $m = 60/4 = 15$ canaux
- $P = 0,05$, $m = 15$. D'après le diagramme d'Erlang C on a $A = 9$ Erlangs.
- Nombre d'utilisateurs = trafic total / trafic par utilisateur =
 $9/0,029 = 310$ utilisateurs
- Nombre d'utilisateur par $\text{Km}^2 = 310/5 = 62$ utilisateur/ Km^2
- $H = A_u/\lambda = 0,029 \times 3600 = 104,4$ secondes

$$\begin{aligned}
 Pr[\text{retard} > 10s] &= Pr[\text{retard} > 0] \exp(-(m - A)t/H) \\
 &= 0,05 \exp(-(15 - 9)10/104,4) \\
 &= 2,81\%
 \end{aligned}$$