



Institut Supérieur du Numérique
Département Communication Numérique et Multimédia



NCO

Numérisation et Codage des Objets Multimédia

PLAN

Chapitre 1 : Généralités et définitions

Chapitre 2 : Numérisation des données Multimédia

Chapitre 3 : Théorie de l'Information et Codage

Chapitre 4 : Méthodes de Compression de Données Multimédia

Dr. EL BENANY Mohamed Mahmoud

1. Théorie de l'information ?



- ❑ Dans le langage courant, « **information** » est utilisé dans divers contextes :
actualités, renseignements, etc.
- ❑ Dans le **domaine de multimédia**, la notion d'information est reliée à
l'image, son, vidéo,...etc.
- ❑ **Claude Shannon (1916)** montre que l'information contenue dans un
message est une grandeur mesurable.

La théorie de l'information touche plusieurs domaines

- **Le codage,**
- **La compression de données,**
- **La cryptographie**

1. Théorie de l'information ?



Position du problème

Signaux considérés :

Signaux discrets = Suites de symboles dans un alphabet de taille :

$$K = \{x_1, x_2, x_2, x_4, \dots x_N\}$$

Exemple : des textes écrits en français (alphabet classique, symboles = lettres)

Question du jour : Comment représenter **informatiquement** chaque symbole ?

... si possible en occupant **le moins d'espace mémoire / disque**.

2. Mesure de l'information



- Définition de Shannon : Information is the resolution of uncertainty
- La quantité d'information d'un symbole est d'autant plus grande que celui-ci est peu probable.
- La quantité d'information de deux symboles successifs est la somme de leurs quantités d'information.
- La **quantité d'information** d'un symbole x_k de prob p_k est donc :

$$I(x_k) = \log_2\left(\frac{1}{p_k}\right) = -\log_2(p_k)$$

- Unité: **bit** ou **shannon** pour $\log_2$

2. Mesure de l'information



Exemple :

Soit le texte suivant : **ATYATTUAAYUAI**

$$K = \{A, T, Y, U, I\}$$

$$p(A) = \frac{5}{11} \quad p(T) = \frac{3}{11} \quad p(Y) = \frac{2}{11} \quad p(U) = \frac{2}{11} \quad p(I) = \frac{1}{11}$$

$$I(A) = 1.378 \quad I(T) = 1.15 \quad I(Y) = 0.917 \quad I(U) = 0.917 \quad I(I) = 1.378$$

- Nous pouvons déduire que $I(x_k)$ est une fonction décroissante de p_k
- Un **symbole certain** possède une quantité d'information nulle $I(p_k = 1) = 0$

3. Entropie d'une source



- Soit S une source de symboles discrète $S_1, S_2, \dots, S_N$ de prob $p_1, p_2, \dots, p_N$
- L'entropie $H(S)$ est la **quantité d'information moyenne** reçu de S :

$$H(S) = \sum_{k=1}^N p_k I(S_k) = \sum_{k=1}^N p_k \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right)$$

- Unité: **bit/symbole** ou Shannon/symbole
- Si tous les symboles sont équiprobables : $H(S) = \log_2 N$

et donc

$$N = 2^{H(S)}$$

C'est la valeur maximale que l'entropie peut atteindre

3. Entropie d'une source



Exemple :

- On considère une source émettant des symboles successifs égaux à 0 ou 1.
La probabilité du 1 est 0,3. Celle du 0 vaut 0,7. Calculez son entropie

$$H(S) = -0.7 \times \log_2(0.7) - 0.3 \times \log_2(0.3) = \mathbf{0.88}$$

- On considère une source pouvant transmettre deux valeurs : oui/non.
Les résultats sont équiprobables

Analyse intuitive

Qu'apprend le récepteur par cette source ? Quand la source émet un message, le récepteur reçoit une seule information : soit le résultat est oui, soit il vaut non.

3. Entropie d'une source



Analyse par la théorie de l'information

Deux résultats existent : « oui » et « non ». Ces résultats sont équiprobables.

Par définition la quantité d'information (l'entropie) associée à cette expérience est $\log_2(2) = 1$.

- On considère une source transmettant toujours le même message, la lettre A.

Analyse intuitive

Qu'apprend le récepteur par cette source ? Rien, puisque le message est toujours le même ! Cette source ne produit aucune information utile.

3. Entropie d'une source



Analyse par la théorie de l'information

Le résultat de l'expérience est toujours le même (lettre A). Le message peut prendre une seule valeur possible : $N=1$. Par définition la quantité d'information (l'entropie) associée à cette expérience est $\log_2(1) = 0$.

- On considère une source pouvant transmettre trois valeurs : oui/non/je ne sais pas. Les résultats sont équiprobables.

Analyse intuitive

Trois résultats différents peuvent se produire. Le message émis par cette source est « plus riche » en information que la source de l'exemple 1.

3. Entropie d'une source



On peut dire que la quantité d'information de cette expérience est supérieure à la précédente.

Analyse par la théorie de l'information

Trois résultats existent : « oui » et « non », « je ne sais pas ». Ces résultats sont équiprobables. Par définition la quantité d'information associée à cette expérience est $\log_2(3) = 1,58$.

⇒ La **théorie de l'information** fournit un **modèle mathématique** permettant de quantifier l'information émise par **la source**.

3. Entropie d'une source



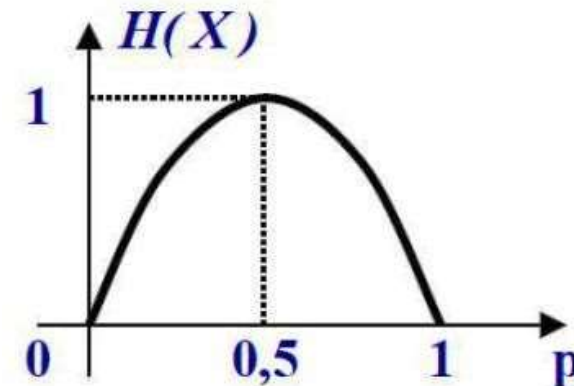
- Les $S_1 = 0$ sont de probabilité p
- Les $S_2 = 1$ sont de probabilité $1-p$
- donc

$$H(S) = -p \log_2 p - (1 - p) \log_2 (1 - p)$$

- Le maximum est atteint si les 1 et les 0 sont équiprobables :

$$H(S)_{max} = 1 \quad \text{Si}$$

$$p = (1 - p) = 0.5$$



4. Quel signifiante de l'entropie pour le codage binaire ?



- Si $p = 1/1024$. une probabilité très petite pour avoir un 0 dans 1024 essais ! Alors :

$$H(S) = \frac{1}{1024} \log_2(1024) + \frac{1023}{1024} \log_2\left(\frac{1024}{1023}\right) = \mathbf{0.0112 \text{ bits}}$$

- On a **0.0112 bits** d'incertitude d'information par essai en moyenne.
donc si on utilise 1024 digit binaire (Code= 0 ou 1) pour coder le résultat de 1024 essais semble être perte de ressources (1 digit binaire par essai).
- donc si on utilise 1024 digit binaire (Code= 0 ou 1) pour coder le résultat de 1024 essais semble être perte de ressources (1 digit binaire par essai).

4. Quel signification de l'entropie pour le codage binaire



- Par confusion !!! le digit binaire est appelé bit
- **Le Mapping binaire : Mapping des symboles de la source à des digits binaires.**
- **L'entropie** nous renseigne sur la quantité d'information moyenne (en bits) qui doit être fournie pour résoudre l'incertitude sur le résultat d'un événement (essai). Elle constitue donc la limite inférieure sur le nombre de digit binaire, en moyenne, qui doit être donné pour coder nos symboles (qui constitue le message).
- si on envoie un nombre inférieur de digit binaire en moyenne, le récepteur va avoir une incertitude pour décoder correctement le message.

4. Quel signifiante de l'entropie pour le codage binaire



- Si on envoie un nombre supérieur de digit binaire en moyenne, on perd de ressources puisqu'on émet plus qu'on a besoin.
- Atteindre la limite inférieure d'entropie lors du codage **est la règle d'or** pour l'encodage (de point de vue **compression** de donnée).
- L'efficacité d'un code est : $\eta = \frac{H(S)}{R}$ avec R est la longueur du code.

Théorème de Shannon :

Pour avoir un codage sans erreur, une source S doit être codée en moyenne avec au moins $H(S)$ bits : $R \geq H(S)$.

5. Codes de longueur fixe



- un choix évident pour coder des symboles équiprobables est le code de longueur fixe:
 - Les 96 caractères imprimables $\Rightarrow$ **7-bit ASCII**
 - Les caractères Unicode $\Rightarrow$ **UTF-16**
 - 10 digit décimaux $\Rightarrow$ **4-bit BCD (binary coded decimal)**
- Les codes de longueurs fixes ont des avantages :
 - l'accès aléatoire au code est faisable: pour décoder le symbole, on peut directement décoder le $n^{\text{ème}}$ séquence de longueur fixe sans être obligé à décoder les séquences de 1 à $n-1$.
 - les tables **look-up** suffisent pour coder/décoder

6. Codage à longueur variable



Idée plus évoluée : codes plus courts pour les symboles plus fréquents.

But : diminuer la longueur moyenne des signaux codés.

Exemple : le code Morse (Samuel Morse, 1835)

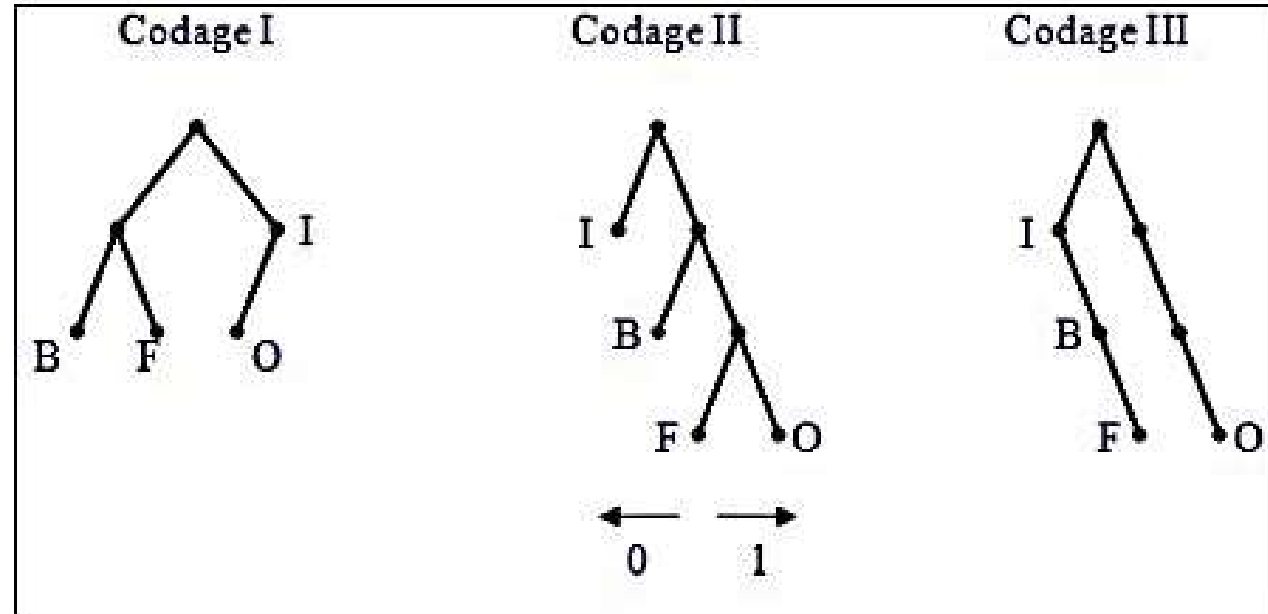
A	..	J	..---	S	...	1	-
B		K	---	T	-	2	..---
C	-+--	L	..---	U	..-	3	+++--
D	-++	M	--	V	...-	4	++++-
E	.	N	--.	W	---	5	
F		O	---	X		6	-----
G	---	P		Y	----	7	-----
H	+++	Q	---.	Z		8	-----
I	..	R	..+	0	-----	9	-----

7. Codes préfixe



- Examiner ces trois codes de cette source de 4 symboles et coder le message **BOF**.

Caractères	Probabilités	Code I	Code II	Code III
I	1/2	1	0	0
B	1/4	00	10	01
F	1/8	01	110	011
O	1/8	10	111	111



7. Codes préfixe



- Avec le **code I**, le message envoyé est : **001001**. C'est ce que voit le récepteur. Comment peut-il l'interpréter? De manière correcte bien sûr mais aussi **00 1 00 1** c'est à dire BIBI. Problème, le message n'est pas décodable de manière unique. Ceci est dû au fait que le 1, code attribué à I est le début d'un autre code 10 attribué au O. Pour éviter cette situation, il ne faut pas qu'un code soit le "**préfixe**" d'un autre code. Les codes qui remplissent cette condition sont des codes préfixes.

7. Codes préfixe



- Avec le **code III**, le message envoyé est **01111011**. Au décodage nous pouvons voir **0111...** c'est à dire **IO...** Mais ici nous nous rendons compte du fait que ce qui suit c'est à dire soit 1, soit 10, soit 101 ne sont pas des codes et donc, nous pouvons revenir en arrière pour modifier l'interprétation soit **01 111 011** et retrouver le bon message.

Le code n'est pas décodable de manière instantanée. Ceci est aussi dû au fait que le code utilisé n'est pas un code préfixe.

- Le **code II** est lui un **code préfixe** et nous avons les deux propriétés souhaitées : **décodable de manière unique et de manière instantanée.**

8. Règles de construction d'arbre



- Un déplacement à gauche correspond à un "0".
- Un déplacement à droite correspond à un "1".
- Chaque déplacement crée un nœud de l'arbre.
- Chaque nœud a un père (vers le haut) et peut avoir deux fils (vers le bas).
- Le lien entre deux nœuds est une branche.
- Un nœud qui n'a pas de fils est une feuille.

9. Le codage de Huffman



Donnée : alphabet de K symboles x_k , probabilités p_k .

But : construire un code préfixe optimal (minimisant R).

- A chaque étape, les nœuds sont rangés dans un tableau par ordre de probabilités décroissantes.
- Les deux nœuds du bas du tableau, donc ceux de probabilités les plus faibles sont associés pour donner un nœud "père". Celui-ci se voit attribuer comme probabilité la somme des probabilités de ses deux "fils".

9. Le codage de Huffman



- Nous avons un nouvel ensemble de nœuds ayant un élément en moins (remplacement des deux "fils" par le "père") et nous reprenons l'étape 1 jusqu'à l'arrivée au sommet de l'arbre (ensemble de nœuds d'un seul élément).
- L'ensemble initial des nœuds est constitué des feuilles donc des symboles de la source;

Exemple :

- Initialement $S = \{(A, 1/3)(B, 1/2)(C, 1/12)(D, 1/12)\}$
- Première itération:
 - les symboles peu probables sont C et D

9. Le codage de Huffman



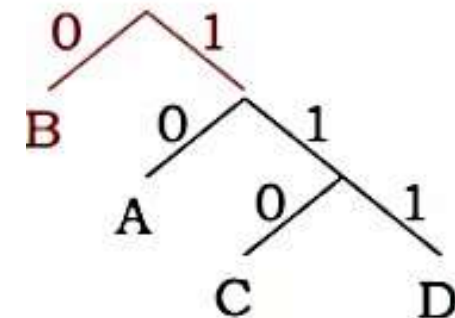
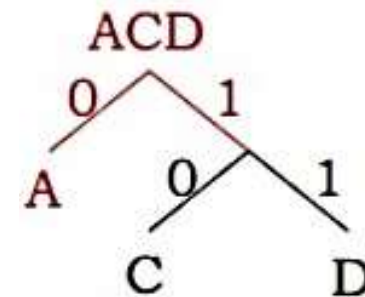
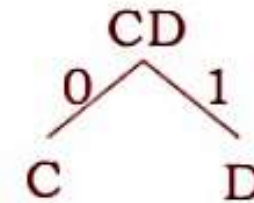
- Créer un nouveau nœud
- Ajouter un nouveau symbole à la source
 $S = \{(A, 1/3)(B, 1/2)(CD, 1/6)\}$

■ Deuxième itération :

- les symboles peu probables sont CD et A
- créer un nouveau nœud
- ajouter un nouveau symbole à la source
 $S = \{(B, 1/2)(ACD, 1/2)\}$

■ Troisième itération :

- les symboles peu probables sont ACD et B
- créer un nouveau nœud
- ajouter un nouveau symbole à la source
 $S = \{(BACD, 1)\}$



9. Le codage de Huffman



Un autre code (qui n'est pas décodable)

- Soit le codage suivant pour le même exemple précédent

A	0
B	1
C	00
D	01

- Pour quel raison ce code ne fonctionne pas correctement ?
- La longueur moyenne d'un message encodé par ce code est :

$$(0.333 + 0.5)(1) + (0.083 + 0.083)(2) = \mathbf{1.22 \text{ bits}}$$

- Cette longueur moyenne est inférieure à sa limite qui est l'entropie

$$\mathbf{H(S) = 1.626 !!!}$$

9. Le codage de Huffman



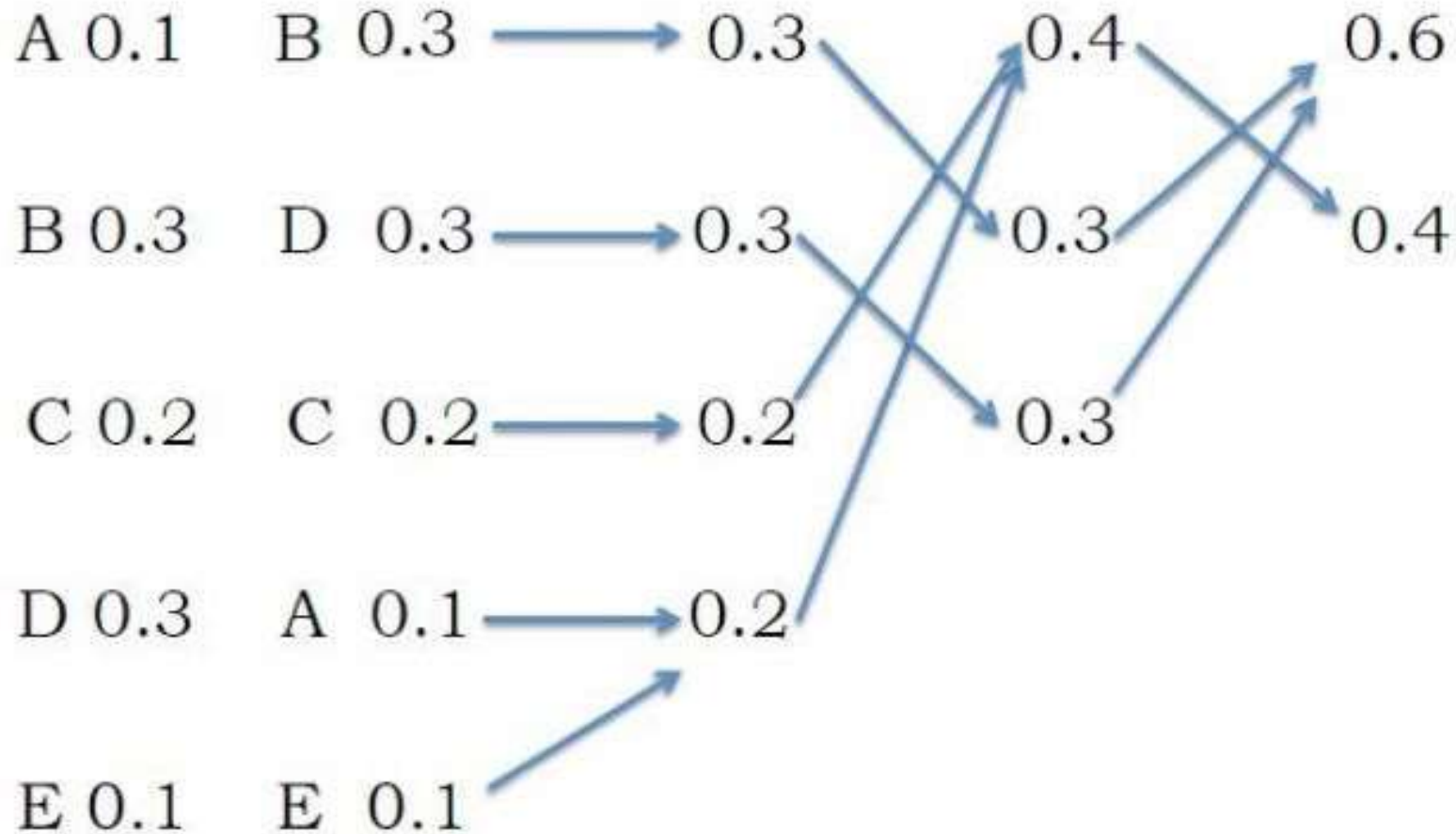
Autre exemple

- Soit une source de 5 symboles

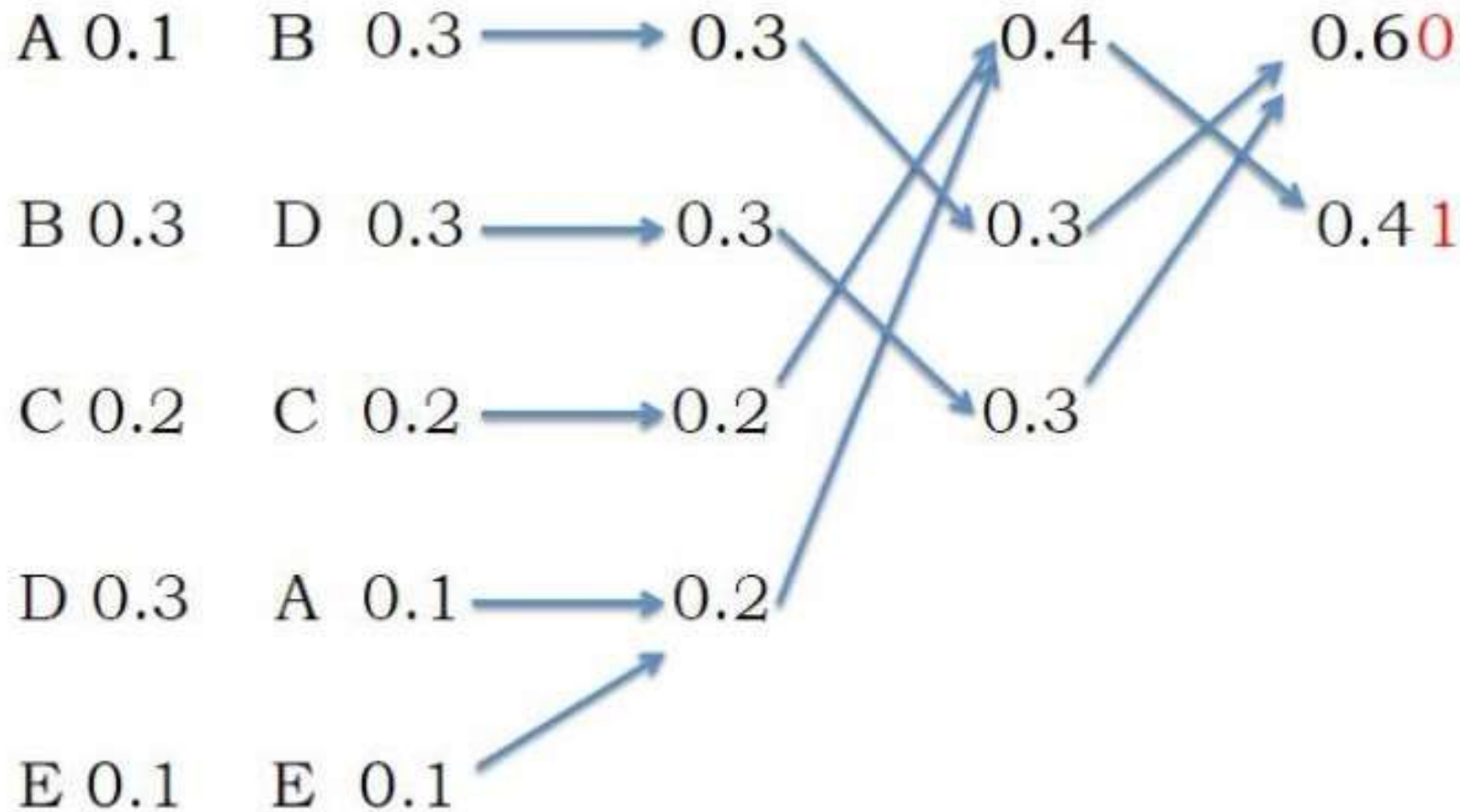
$$S = \{(A, 0.1)(B, 0.3)(C, 0.2)(D, 0.3)(E, 0.1)\}$$

- Appliquer Huffman pour trouver les codes de cette source.

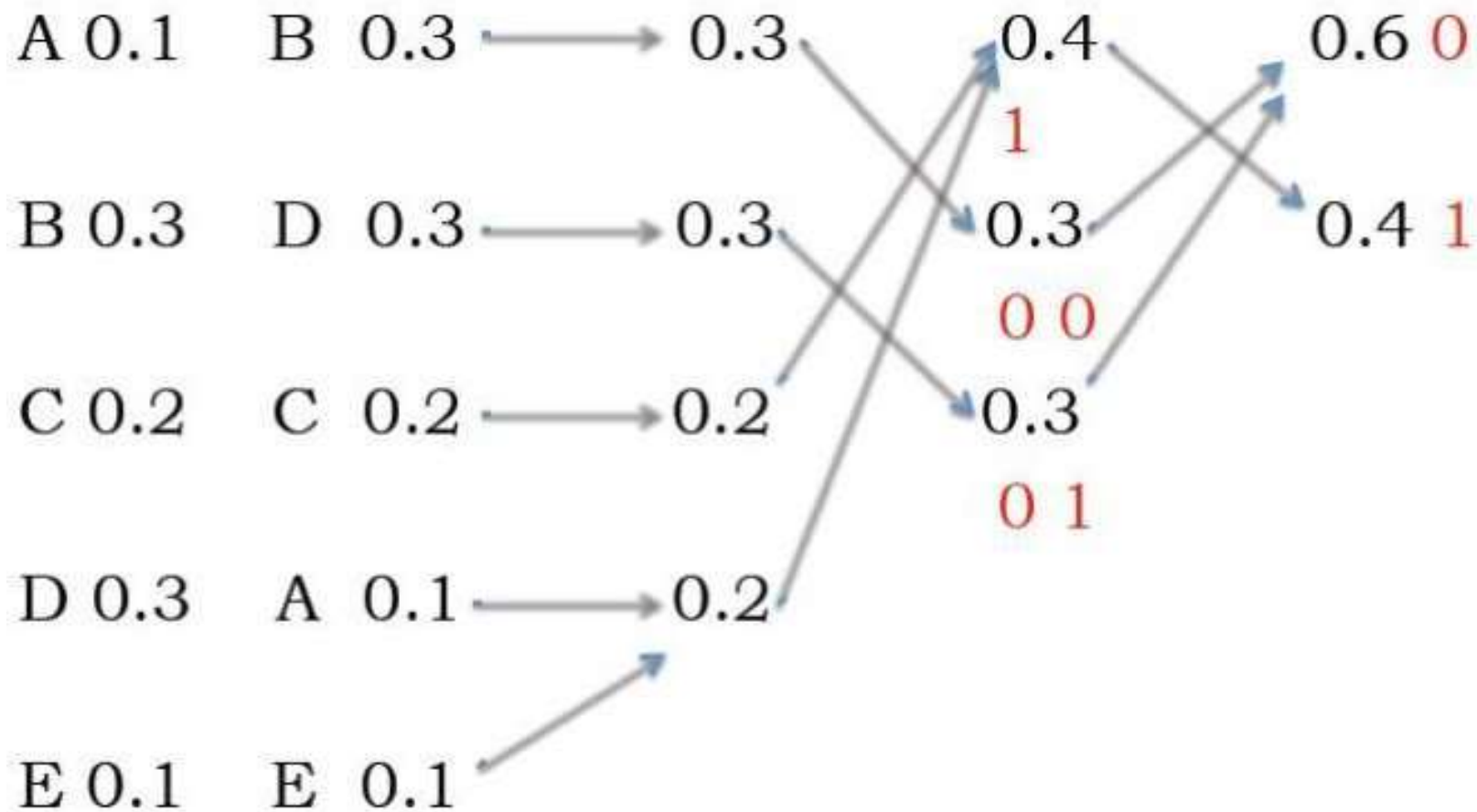
9. Le codage de Huffman : construction de l'arbre



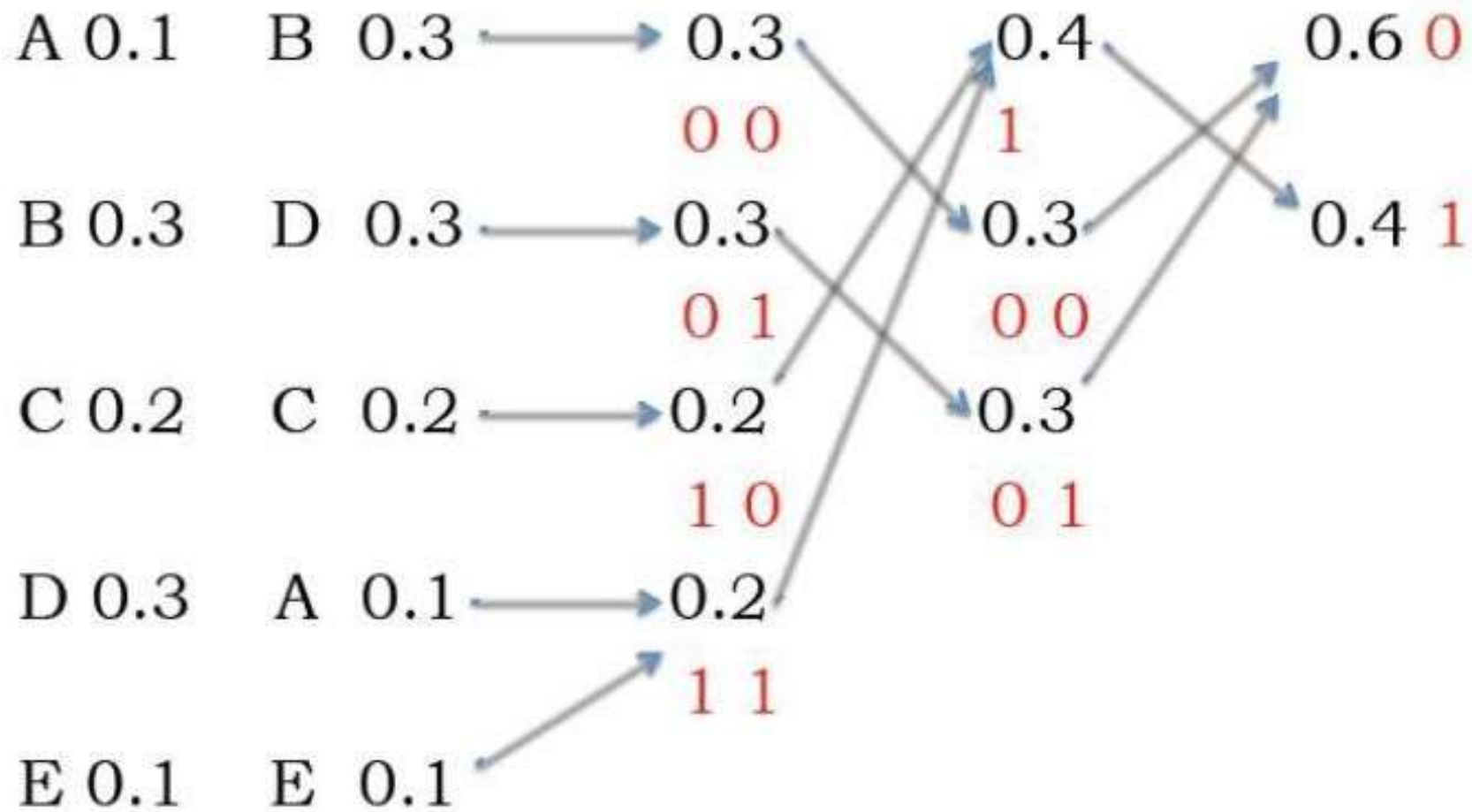
9. Le codage de Huffman : labeler les branches



9. Le codage de Huffman



9. Le codage de Huffman



9. Le codage de Huffman

