

CNM-SupNum
Numérisation et Codage des Objets Multimédia
2022/2023

TD2 : Théorie de l'Information et Codage

Exercice 1 :

On dispose d'un texte écrit avec un alphabet $A = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$. Les proportions de ces symboles dans le texte sont données en pourcentage dans le tableau suivant :

Symbole	A	B	C	D	E	F	G	H
Proportion (%)	2	10	4	18	12	16	32	6

1. Donner la taille du codage de longueur fixe nécessaire pour coder cet alphabet A.
2. Pourquoi n'est-ce probablement pas le codage le plus court en moyenne pour cet alphabet ?
3. Construire avec l'algorithme de Huffman un codage de longueur variable pour A.
4. Donner l'arbre de codage correspondant et le tableau des codes.
5. Calculer la longueur moyenne du codage et commenter le résultat en une phrase.

Exercice 2 :

Une source d'information génère des zéros et des uns avec les probabilités $p(0) = 0.8$ et $p(1) = 0.2$. Les séquences de symboles sont codées avec les symboles code $\{a, b, c, d, e\}$ selon la table :

Message	Code
1	a
01	b
001	c
0001	d
0000	e

1. Ce code est-il uniquement et instantanément décodable ?
2. Déterminer la quantité d'information moyenne pour un symbole du code.
3. Quelle est l'efficacité de ce code ?

Exercice 3 :

Soit la source $M = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$. Les éléments de la source M sont émis d'une façon indépendante avec les probabilités d'apparition : $p(a_1) = 0.4$; $p(a_2) = 0.2$; $p(a_3) = 0.1$; $p(a_4) = 0.1$; $p(a_5) = 0.07$; $p(a_6) = 0.06$; $p(a_7) = 0.04$; $p(a_8) = 0.03$.

1. Calculer l'entropie de la source $H(X)$.
2. Utiliser l'algorithme de Huffman pour encoder d'une façon optimale les symboles de la source.
3. Calculer la longueur moyenne des mots ainsi obtenue.
4. Trouver la redondance de la source.
5. Comment peut-on améliorer l'efficacité de ce codage ? Justifier la réponse.

Exercice 4 :

Considérons l'imagette de taille $4 * 4$ représentée ci-dessous. Les niveaux de gris de cette image sont indiqués dans le tableau de droite.



128	132	128	132
154	128	132	128
100	100	128	128
100	112	128	132

1. Préciser les fréquences d'apparition de chacun des pixels. En déduire l'arbre binaire de Huffman, ainsi que les mots de code.
2. Calculer l'entropie de l'imagette. En déduire l'efficacité du codage obtenu.

Exercice 5 :

On suppose d'avoir une image composée par 10 couleurs, dont on va donner la fréquence dans le tableau ci-dessous :

Couleur	Fréquence	Couleur	Fréquence
1=noir	0,05	6 = vert	0,08
2 = blanc	0,02	7 = violet	0,12
3 = bleu	0,03	8 = orange	0,10
4 = jaune	0,15	9 = marron	0,20

1. Calculer le code de Huffman associé à cette source (avec cette loi de probabilité) en dessinant aussi les arbres binaires associés.
2. Calculer la longueur moyenne du code de Huffman ci-dessus.
3. Calculer l'efficacité du code de Huffman et la comparer avec l'efficacité d'un code à longueur fixe pour cette source.