

Prof. Mohamed Aly LOULY

Recherche Opérationnelle

1

- ✓ Modélisation des problèmes de mélange
- ✓ Modélisation des problèmes de la planification de la production

PROBLÈMES DE MÉLANGE

Une entreprise reçoit une demande de 3 tonnes d'acier avec les caractéristiques suivantes :

Élément chimique	Pourcentage minimal	Pourcentage maximal
Carbone	2	3
Cuivre	0,4	0,6
Manganèse	1,2	1,65

FABRICATION D'UN ACIER

Matière première	% C	% Cu	% Mn	Stock (kg)	Cout (Euro/Kg)
Fer 1	2,5	0	1,3	4 000	1,20
Fer 2	3	0	0,8	3 000	1,50
Fer 3	0	0,3	0	6 000	0,90
Cuivre 1	0	90	0	5 000	1,30
Cuivre 2	0	96	4	2 000	1,45
Aluminium 1	0	0,4	1,2	3 000	1,20
Aluminium 2	0	0,6	0	2 500	1

Déterminer la composition de l'acier à fabriquer.

FABRICATION D'UN ACIER

Variables de décision x_i : quantités utilisées des matières premières.
Fonction objective : minimiser le coût de la production.

$$\text{Min } z = 1,2 x_1 + 1,5 x_2 + 0,9 x_3 + 1,3 x_4 + 1,45 x_5 + 1,2 x_6 + x_7$$

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

FABRICATION D'UN ACIER

Contrainte de satisfaction de la demande

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 3000$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = D$$

FABRICATION D'UN ACIER

Contrainte de respect du pourcentage de carbone

$$2 \times 3\,000 \leq 2,5 x_1 + 3 x_2 \leq 3 \times 3\,000$$

$$\min\_carb \times D \leq \sum_{i=1}^n p\_carb_i x_i \leq \max\_carb \times D$$

FABRICATION D'UN ACIER

Contrainte de respect du pourcentage de cuivre

$$0,4 \times 3000 \leq 0,3 x_3 + 90 x_4 + 96 x_5 + 0,4 x_6 + 0,6 x_7 \leq 0,6 \times 3000$$

$$\min\_cuiv \times D \leq \sum_{i=1}^n p\_cuiv_i x_i \leq \max\_cuiv \times D$$

FABRICATION D'UN ACIER

Contrainte de respect du pourcentage de Manganèse

$$1,2 \times 3\,000 \leq 1,3 x_1 + 0,8 x_2 + 4 x_5 + 1,2 x_6 \leq 1,65 \times 3\,000$$

$$\min\_mang \times D \leq \sum_{i=1}^n p\_mang_i x_i \leq \max\_mang \times D$$

FABRICATION D'UN ACIER

Contrainte de disponibilité des stocks

$$x_1 \leq 4000, x_2 \leq 3000, x_3 \leq 6000, x_4 \leq 5000, \\ x_5 \leq 2000, x_6 \leq 3000, x_7 \leq 2500.$$

$$x_i \leq \textit{Stock}_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

Une entreprise fabrique 2 aliments pour bétail (granulés et Farine) à partir de 3 matières premières (avoine, maïs et mélasse). L'avoine et le maïs sont broyés avant d'être mélangés avec la mélasse. Les granulés sont ensuite obtenus par granulation et la farine est obtenu par tamisage.

Nutriment	Avoine	Maïs	Mélasse	Teneur souhaitée
Protéines	13,6	4,1	5	$\geq 9,5$
Lipides	7,1	2,4	0,3	≥ 2
Glucides	7	3,7	25	≤ 6

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

La demande est de 9 tonnes de granulées et 12 tonnes de farine.

Matières premières	Avoine	Maïs	Mélasses
Quantité disponible en kg	11 900	23 500	750
Prix d'achat en euros/kg	0,8	1	0,75

Opération	Broyage	Mélange	Finition Granulation	Finition Tamisage
Coût en euros/kg	1,5	0,3	2,5	1

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

$x_{i,j}$: la quantité de la matière première j utilisée pour fabriquer l'aliment i .

$$\begin{aligned} \text{Min } z = & 0,8 (x_{1,1} + x_{2,1}) + (x_{1,2} + x_{2,2}) + 0,75 (x_{1,3} + x_{2,3}) \\ & + 1,5 (x_{1,1} + x_{2,1} + x_{1,2} + x_{2,2}) \end{aligned}$$

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 ca_j x_{ij} + cb \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 x_{ij}$$

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

Satisfaction de la demande

$$\begin{aligned}x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} &= 9\,000 \\x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} &= 12\,000\end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^3 x_{ij} = D_i, \quad i = 1, 2.$$

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

Pourcentage de protéines

$$13,6 x_{1,1} + 4,1 x_{1,2} + 5 x_{1,3} \geq 9,5 \times 9\,000$$

$$13,6 x_{2,1} + 4,1 x_{2,2} + 5 x_{2,3} \geq 9,5 \times 12\,000$$

$$\sum_{j=1}^3 pp_j x_{ij} \geq borne\_inf\_p_i D_i , \quad i = 1,2.$$

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

Pourcentage de lipides

$$7,1 x_{1,1} + 2,4 x_{1,2} + 0,3 x_{1,3} \geq 2 \times 9\,000$$

$$7,1 x_{2,1} + 2,4 x_{2,2} + 0,3 x_{2,3} \geq 2 \times 12\,000$$

$$\sum_{j=1}^3 pl_j x_{ij} \geq borne\_inf\_l_i D_i, \quad i = 1, 2.$$

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

Pourcentage de glucides

$$7 x_{1,1} + 3,7 x_{1,2} + 25 x_{1,3} \leq 6 \times 9\,000$$

$$7 x_{2,1} + 3,7 x_{2,2} + 25 x_{2,3} \leq 6 \times 12\,000$$

$$\sum_{j=1}^3 pg_j x_{ij} \leq \textit{borne\_sup\_g}_i D_i, \quad i = 1, 2.$$

PRODUCTION D'ALIMENTS POUR BÉTAIL

Disponibilité des stocks

$$x_{1,1} + x_{2,1} \leq 11\,900$$

$$x_{1,2} + x_{2,2} \leq 23\,500$$

$$x_{1,3} + x_{2,3} \leq 750$$

$$\sum_{i=1}^2 x_{ij} \leq S_j, \quad j = 1, 2, 3.$$

PLANIFICATION DE PRODUCTION DE BICYCLETTES

La capacité de production durant les heures normales est de 30 milles bicyclettes par mois. On peut produire plus durant les heures supplémentaires, mais le coût de production d'une bicyclette passe de 130 euros a 160 euros. Le stock initial est de 2 milles bicyclettes. Le coût de stockage d'une bicyclette est de 20 euros par mois. Les prévisions de ventes de l'année prochaine sont :

Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demande	30	15	15	25	33	40	45	45	26	14	25	30

PLANIFICATION DE PRODUCTION DE BICYCLETTES

xn_i : la quantité produite aux heures normales du mois i .

xs_i : la quantité produite aux heures supplémentaires du mois i .

s_i : la quantité stockée a la fin du mois i .

$$\begin{aligned} \text{Min } z = & 130 (xn_1 + xn_2 + \dots + xn_{12}) \\ & + 160 (xs_1 + xs_2 + \dots + xs_{12}) + 20 (s_1 + s_2 + \dots + s_{12}) \end{aligned}$$

$$\text{Min } z = chn \sum_{i=1}^{12} xn_i + chs \sum_{i=1}^{12} xs_i + cs \sum_{i=1}^{12} s_i$$

PLANIFICATION DE PRODUCTION DE BICYCLETTES

Contraintes d'équilibre des stocks

$$xn_1 + xs_1 + 2 = 30 + s_1$$

$$xn_2 + xs_2 + s_1 = 15 + s_2$$

$$xn_3 + xs_3 + s_2 = 15 + s_3$$

$$xn_4 + xs_4 + s_3 = 25 + s_4$$

$$xn_5 + xs_5 + s_4 = 33 + s_5$$

$$xn_6 + xs_6 + s_5 = 40 + s_6$$

$$xn_7 + xs_7 + s_6 = 45 + s_7$$

$$xn_8 + xs_8 + s_7 = 45 + s_8$$

$$xn_9 + xs_9 + s_8 = 26 + s_9$$

$$xn_{10} + xs_{10} + s_9 = 14 + s_{10}$$

$$xn_{11} + xs_{11} + s_{10} = 25 + s_{11}$$

$$xn_{12} + xs_{12} + s_{11} = 30 + s_{12}$$

$$xn_1 + xs_1 + s_{initial} = D_1 + s_1$$

$$xn_i + xs_i + s_{i-1} = D_i + s_i$$

$$i = 2, \dots, n$$

PLANIFICATION DE PRODUCTION DE BICYCLETTES

Capacité de production

$$\begin{aligned} &xn_1 \leq 30, \quad xn_2 \leq 30, \quad xn_3 \leq 30, \quad xn_4 \leq 30, \\ &xn_5 \leq 30, \quad xn_6 \leq 30, \quad xn_7 \leq 30, \quad xn_8 \leq 30, \\ &xn_9 \leq 30, \quad xn_{10} \leq 30, \quad xn_{11} \leq 30, \quad xn_{12} \leq 30. \end{aligned}$$

$$xn_i \leq \textit{capacité}, \quad i = 1, \dots, 12$$